

2

El papel de los juegos en educación matemática

Alan J. Bishop

Facultad de Educación, Monash University, Melbourne (Australia)

La primera situación procede de un libro de Marcia Ascher (1991, p. 88). Hace referencia a un juego que practicaban en América los indios nativos de la zona en la que ella vive actualmente: los indios cayuga. Se utilizaba un bol de madera y seis discos que en realidad eran seis huesos de melocotón pulidos y alisados que ennegrecían por una cara con fuego. Si al lanzar los huesos de melocotón, éstos caían mostrando seis caras del mismo color (seis caras negras o seis blancas), el jugador se apuntaba cinco puntos. Si los huesos mostraban cinco caras del mismo color (cinco negras y una blanca o cinco blancas y una negra), el jugador se apuntaba un punto. En cada uno de estos casos, el jugador además disponía de otra tirada. Si el resultado era cualquier otro distinto a los mencionados, el jugador no se apuntaba ningún punto y debía pasar el bol a su contrincante. El ganador del juego era aquél que llegaba reunir primero un número preestablecido de puntos que se determinaba entre 40 y 100.

La segunda situación procede de la tesis en PhD de Agnes Macmillan (1996, p. 396) y se sitúa en un contexto preescolar:

Ricky estaba con un grupo de niños jugando con un puzle. Otra niña le hace salir de la silla con un empujón para poder hacer el puzle. Cuando ésta ya ha acabado,

Artículo publicado en *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 18, pp. 9-19, octubre-noviembre-diciembre 1998.

Ricky vuelve a su silla. El puzle sigue estando sobre la mesa, y entonces ve que Connie y Sophie cuchichean algo. Se miran fijamente un buen rato y después Ricky empieza a coger unas piezas del puzle. Entonces Sophie se apoya en la mesa y dice a Ricky: «Si lo vuelves a hacer, se lo diremos a la señorita». Y cuando Ricky le quita la mano de encima del puzle para coger una pieza, Connie le coge el brazo e intenta sacársela. Cuando Connie lo consigue, le dice a Sophie: «Vamos a decir lo que ha hecho». Ricky se las arregla para seguir con el puzle, pero Connie y Sophie han ido donde está la profesora. Ricky coge el puzle y se lo queda cuando ve que las otras dos niñas hablan con la profesora. Ésta llama a Ricky: «Ricky, tienes que dejar que los demás también jueguen». Ricky entrega el puzle a las otras dos niñas. Mira como lo hacen y cuando han terminado Connie dice: «Vamos a hacerlo otra vez».

Para ofrecer una visión global y una introducción a este artículo he escogido estas situaciones porque ilustran el tipo de ideas que necesitamos tener en cuenta cuando pensamos en aplicar los juegos y el juego en las clases de matemáticas. Ya no pensamos en los juegos sólo como un entretenimiento o una diversión, como algo muy útil para motivar pero poca cosa más. Actualmente, como resultado de la investigación en distintos aspectos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, somos mucho más conscientes del potencial educacional de los juegos.

La primera situación citada nos ofrece una descripción de un típico juego de azar, más o menos como lanzar dados o jugar a cara y cruz, pero la verdad es que además tiene otros aspectos. Es un juego distinto de a los que normalmente jugamos. Procede de una cultura india norteamericana. Nos muestra que los juegos que se basan en la suerte no sólo se encuentran muy difundidos geográficamente, sino también que no son exclusivos de la historia y la cultura «occidentales». Los juegos existen en todas partes, como comentaremos más adelante, y cuando alguien enseña en una situación multicultural necesita conocer juegos que sean universalmente conocidos y practicados. Incluso hay algunos juegos que se practican exactamente del mismo modo en distintos países y en todos los continentes. Por eso pueden constituir un punto de contacto entre niños de grupos culturales y lingüísticos distintos que quizás no tengan otros puntos de contacto.

Desde la perspectiva de las matemáticas, a primera vista los juegos de otras culturas quizás parezcan primitivos, pero sus posibilidades pueden ser muy interesantes, como por ejemplo el caso de la puntuación del juego de

la primera situación. El sistema de puntuación es el que escoge el grupo y se transmite generación a generación, y al hacer los cálculos se aprecia que este sistema es realmente bueno.

En la segunda situación vemos la otra cara del juego, que precisamente es muy importante para el profesorado. La situación del juego es de tipo social y en ella hay varias reglas tanto explícitas como tácitas que tienen que ser negociadas y cumplidas. Aquí vemos que Ricky está pasando un mal rato por culpa de las otras dos niñas, que están ejercitando sus poderes de interacción social para poner todas las reglas de organización a su favor. Incluso llegan a involucrar a la profesora en su propio bando, a pesar de que, o precisamente por eso, la profesora no es plenamente consciente de lo que está pasando.

En todas partes del mundo se juega, pero cuando queremos aprovechar los juegos con objetivos educativos la cosa cambia. Es verdad que siguen siendo juegos, pero se practican con un objetivo concreto, es decir, para aprender algo. Quizás se trate de aprender un concepto o de adquirir vocabulario nuevo, o de aprender a trabajar en grupo, o de competir. Los educadores en matemáticas han descubierto mediante su experiencia, que han apoyado con investigaciones teóricas, que jugar puede ser una parte integrante del aprendizaje. Esto ha hecho del acto de jugar y de la idea del juego una actividad de enseñanza y aprendizaje mucho más extendida de lo que había sido anteriormente.

En este artículo quisiera analizar algunas de las características del juego y los juegos, algunas de las cuales tienen verdadera significación en la cultura y la historia, porque han sido fundamentales en el desarrollo de las matemáticas y porque actualmente son importantes en la enseñanza de las matemáticas. En febrero de 1998 tuve la suerte de participar en el TIEM 98 en la Universidad Autónoma de Barcelona, donde un grupo de investigadores, dirigido por Jordi Deulofeu, se ocupa de la resolución de problemas matemáticos. En ese contexto tuvimos ocasión de llevar a cabo unos interesantes debates sobre la investigación de los juegos y su utilización para desarrollar habilidades que permitan resolver problemas matemáticos.

Los juegos en la historia de la cultura

Los juegos y el juego tienen una larga historia en la civilización humana y también en las matemáticas. Huizinga (1949) escribe:

El espíritu de competición en el juego es, como impulso social, más antiguo que la cultura misma y se extiende por todas las etapas de la vida como un fermento cultural... (Homo Ludens, p. 173)

Se refiere al *juego* en estos términos, y de este modo nos proporciona un contexto emocional y afectivo en el que consideramos los juegos y el juego en la educación matemática:

- Voluntario, libre.
- No es un deber, ni habitual, ni real.
- Esencialmente distendido en cuanto a los objetivos, aunque su práctica es seria.
- Ajeno a las satisfacciones inmediatas, pero parte integral de la vida y una necesidad.
- Repetitivo.
- Estrechamente relacionado con la belleza en muchos aspectos pero no idéntico.
- Crea orden y es orden; tiene reglas, ritmo y armonía.
- A menudo está relacionado con el ingenio y el humor, pero no es sinónimo de ellos.
- Tiene elementos de tensión, incertidumbre, riesgo.
- Ajeno a la antítesis entre cordura y locura, verdad o falsedad, bueno o malo, vicio y virtud, no tiene una función moral.

Así, según Huizinga jugar es una forma particular de la actividad social en la que se establecen unas reglas y en la que los participantes se convierten en jugadores. No se abre una brecha que limite lo real y lo no real, y cada uno de los jugadores está de acuerdo en no comportarse «normalmente». Si uno de ellos decide jugar sin seguir las normas, entonces el juego no puede continuar, como mínimo no podrá continuar hasta que se negocien las nuevas normas.

También se desprende de la descripción de Huizinga que los juegos son una especie de subconjunto del juego. Es decir, hay más formas de jugar que juegos. Los juegos se han analizado de muy distintas maneras, pero la descripción de Walter Roth (1902) en la que distingue siete clases de juegos que encontró en las sociedades aborígenes que él estudió sigue siendo útil. Además, afirmó que estas formas existen en todas las culturas.

Los juegos se clasifican según sean:

- **Imaginativos:** implican fantasía, humor.
- **Realistas:** se disfruta usando objetos naturales, orgánicos e inorgánicos, por ejemplo, jugando con animales domésticos o resbalando sobre el barro.
- **Imitativos:** de dos tipos, el primero consiste en imitar aspectos de la naturaleza; en el otro tipo, los niños imitan el comportamiento de los adultos.
- **Discriminativos:** el escondite, adivinanzas.
- **Competitivos:** luchas, combates.
- **Propulsivos:** con juguetes que incluyen movimiento, peonzas, lanzamiento de objetos, etc.
- **De placer:** música, canciones, danzas, etc.

El juego no sólo es una actividad universal sino que podemos encontrar el mismo juego en distintos países. Por ejemplo, Jayne (1962) escribe –y al mismo tiempo ilustra– sobre la universalidad de los juegos con cuerdas. Estos juegos se practican en todos los continentes y en todos los ambientes, incluso lo hacen los esquimales, que no tienen cuerdas de materias vegetales. Ellos fabrican las cuerdas con partes del cuerpo de los animales, pero los juegos son muy parecidos.

Todas las personas de todo el mundo practican algún juego y lo hacen muy seriamente. El libro de Falkener (1961) o el de Beli y Cornelius (1988) son interesantes para hacerse una idea de la importancia de los juegos en la historia de la cultura. Naturalmente, no todos los juegos ni todo lo que se juega tiene importancia desde la perspectiva de la educación en matemáticas. Entonces, ¿cuáles son las conexiones entre los juegos, el juego y el ámbito de las matemáticas?

Las matemáticas y la cultura

El punto de partida de mi análisis es el siguiente. De la misma manera que podemos ver que jugar es una actividad universal, podemos considerar que las matemáticas son también una área universal de conocimiento. Las etnomatemáticas son el estudio de la relación entre las matemáticas y la cultura, y en los últimos veinte años se ha demostrado que sin duda algu-

na las ideas matemáticas existen en todas partes, aunque no sean las mismas en todas partes.

Gran parte de esta investigación se ha hecho sobre las formas del conocimiento matemático encontrado en sociedades tradicionales, entendiendo por «tradicional» aquel tipo de sociedad que se ha visto relativamente poco o nada afectada por el progreso tecnológico moderno. Claudia Zaslavsky (1973) fue la primera que llamó la atención de los educadores en matemáticas sobre esta área de trabajo. Esta línea fue después continuada por investigadores que trabajaban en la tradición antropológica en países como, por ejemplo, Papúa Nueva Guinea y Oceanía (Lean, 1992), Mozambique (Gerdes, 1995), con los maoríes de Nueva Zelanda (Barton y Fairhall, (1995), con los aborígenes australianos (Cooke, 1990) y con los navajos de América del Norte (Pixten, 1983). La mayor parte de esta investigación está recogida en Gerdes (1996) y en Barton (1996), y nos ha ofrecido algunos datos interesantes. Por ejemplo, ¿sabías que...?

- Hay más de 2000 sistemas distintos para contar en Papúa Nueva Guinea y Oceanía, algunos usan un método de ciclo 5 y otros de ciclo 2. Hay más de un sistema para contar con las partes del cuerpo (una ampliación del sistema de contar con los dedos), en el que el nombre de cada número es el nombre de la parte del cuerpo que se señala mientras se cuenta.
- Hay distintas maneras de sumar, restar, multiplicar y dividir (¡pero dan la respuesta correcta!).
- Hay distintas maneras de encontrar el área de un rectángulo. Los campesinos del Brasil utilizan un método para encontrar el área de sus campos que consiste en encontrar la longitud media de los lados opuestos y multiplicar las medias obtenidas entre sí.
- Los carpinteros, los navegantes, los pescadores, los sastres... todos ellos tienen diferentes conocimientos y habilidades matemáticas.

También hay, naturalmente, muchos juegos diferentes, puzzles, deportes y danzas con puntos de conexión con las matemáticas.

Basándome en los datos que yo mismo he obtenido y en los que ofrecen los trabajos anteriormente citados, he llegado a la conclusión de que no es demasiado útil definir las ideas matemáticas como algo universal porque en realidad no lo son. Más bien podemos decir que lo universal son las actividades en la que la gente las involucra. Estas actividades sí que pueden

considerarse matemáticas porque ellas son las que producen las distintas ideas matemáticas.

Ya he expuesto en otra ocasión (Bishop, 1991) que hay seis actividades matemáticas importantes y diferentes, que realizan todos los grupos culturales cuyas prácticas se han estudiado. Las actividades sobre las que se asientan los cimientos del conocimiento matemático en las distintas culturas son las que se indican a continuación.

Contar

Es la actividad relacionada con la pregunta «¿cuántos?» en todas sus formas y variantes, en consecuencia, hay también distintos modos de contar y de hacer cálculos numéricos. Las ideas matemáticas derivadas de esta actividad son los números, los métodos de cálculo, los sistemas numéricos, la forma gráfica de los números, métodos numéricos, estadísticas, etc.

Localizar

Es la actividad que permite encontrar un camino en el mundo espacialmente estructurado de hoy en día; o, navegando, encontrar la situación propia y la de otros objetos y describir dónde está cada cosa en relación con otras. Utilizamos distintas formas de descripción incluyendo mapas, figuras, planos, diagramas y sistemas de coordenadas. Esta área de actividades es el aspecto «geográfico» de la geometría. Y entre otros, derivan de esta actividad los temas matemáticos siguientes: medidas, coordenadas cartesianas y polares, ejes, cuadrículas, lugares geométricos, etc.

Medir

«¿Cuánto?» es una pregunta que se plantea y se contesta en todas las sociedades y que puede referirse a vestidos, alimentos, terreno, dinero o tiempo. Las técnicas para medir, con todos los tipos de unidades que implican, se hacen más complejas cuanto más compleja es la sociedad de que se trata. Algunos temas matemáticos que derivan de ella: orden, talla, unidades, sistemas de medición, conversión de unidades, precisión, cantidades continuas, etc.

Dibujar

Las formas son muy importantes para el estudio de la geometría y aparecen de la derivación de objetos dibujados para distintas finalidades. Lo

que nos interesa particularmente es saber cuántas formas diferentes se manejan, analizar sus distintas propiedades e investigar cómo se relacionan unas con otras. Los temas matemáticos que se derivan: formas, regularidad, congruencia, similitud, construcciones dibujadas, propiedades geométricas, etc.

Jugar

Analizaremos con más detalle esta actividad más adelante, pero ya podemos decir que los juegos y el juego encajan en la descripción matemática general desde el punto de vista cultural del conocimiento.

Explicar

Intentar explicarse a sí mismo y a los demás por qué las cosas pasan del modo que pasan es otra actividad humana universal. En lo que se refiere a las matemáticas nos interesa saber, por ejemplo, por qué funcionan los cálculos numéricos y en qué situaciones, por qué algunas formas geométricas no encajan entre sí, por qué un resultado algebraico lleva a otro y cómo están relacionados entre sí los distintos modos de simbolizar estas relaciones. Los temas matemáticos que se derivan son: reglas lógicas, pruebas, gráficos, ecuaciones, etc.

Los juegos y los conceptos matemáticos

Marcia Ascher (1991), en su libro *Ethnomathematics* dice sobre los juegos lo siguiente:

En general, las actividades que nosotros denominamos juegos se podrían definir con más precisión como objetivos hacia los que tienden los jugadores siguiendo unas reglas en las que todos ellos están de acuerdo. Podemos clasificar los juegos según impliquen habilidades físicas, estrategia, suerte o una combinación de ellas. Como lo que nos interesa son las ideas matemáticas, excluimos los juegos que sólo implican habilidades físicas y también los que dependen de informaciones que no sean exclusivamente las reglas del juego. Así pues, los juegos que consideramos de uno u otro modo matemáticos son los que dependen de la suerte o aquéllos en los que las estrategias dependen de la lógica. (p. 85)

Es cierto que no todos los juegos son significativos desde el punto de vista matemático, pero personalmente creo que la «definición» de los juegos de Marcia Ascher es bastante limitada. Los puzzles, las paradojas, el *memory*, los juegos de imitación, los juegos de apuestas, por citar sólo unos cuantos, implican actividades que potencialmente son interesantes desde el punto de vista educativo. Aunque quizás pensemos que *a priori* sólo requieren suerte o lógica, pueden implicar otros aspectos de la actividad matemática. Además de las ideas matemáticas específicas que pueden derivarse de ellos, hay también otras ideas matemáticas más generales como las reglas, los procedimientos, planes, estrategias y modelos.

Ciertamente, los juegos han sido la fuente de las principales ideas matemáticas que actualmente aceptamos como una parte central de las matemáticas, particularmente en la probabilidad, pero también más generalmente en la teoría de los números y, también podemos afirmar, en la geometría y en álgebra. Naturalmente, la teoría del juego es la más obvia de las conexiones matemáticas, pero tan pronto como consideramos el área general del modelo y la simulación, no tenemos más remedio que apreciar que hay varias áreas de las matemáticas con aspectos parecidos o comparables a las de los juegos.

Por otra parte, quizás no sea casual que en las categorías establecidas por Roth la mayor parte de los juegos sean del tipo «imitativo». Pensar que la actividad matemática consiste en el desarrollo de ciertos tipos de modelos de realidad implica que los juegos imitativos pueden ser una base importante para una gran cantidad de nuestra actividad como educadores en matemáticas. La descontextualización de una idea o de un proceso desde la realidad hasta la abstracción de la realidad es una parte importante de la manera en que se han generado las ideas matemáticas, y por lo tanto los juegos de experimentación pueden ser una parte importante de la educación matemática de los estudiantes.

Juego, razonamiento matemático y representación social

El juego tiene también una estrecha relación con el razonamiento matemático, y podemos considerar como válida la afirmación de que es la base del razonamiento hipotético. Desde la perspectiva de la capacidad

mental, parece que el juego desarrolla habilidades concretas de pensamiento estratégico, adivinación y planificación (véase, por ejemplo, Brady 1978).

Situándonos en lo que Huizinga llama «el círculo mágico del juego», el pensamiento hipotético, la adivinación, el cálculo aproximado, la demostración, la verificación, serían todas ellas actividades que entrarían en lo que se llama «jugar».

En otro nivel de análisis, el proceso de autocomprobación de la generación de hipótesis a través del examen de las anomalías se relaciona claramente con el desarrollo del proceso metacognitivo. En relación con todo ello, Macmillan (1997) apunta que la teoría de representación social refleja la visión de que las relaciones semióticas son inherentes a la representación social a través de procesos de significación, o marcas sociales (Moscovici, 1981).

A este respecto, quizás no sea casual que la palabra inglesa *recreation* (entretenimiento, recreo) signifique a la vez una forma de juego y literalmente una «re-creación». También nos vemos forzados a preguntarnos si estos procesos son todavía más predominantes y significativos en el mundo actual de tecnología de la información inspirado en actividades de realidad virtual.

Juegos y juego en la educación matemática

Así pues, hay buenas razones culturales, matemáticas, educacionales y sociopsicológicas para incluir los juegos y el juego en la educación matemática de los niños de hoy en día. En este artículo he hecho varias referencias a la investigación.

Quedan todavía muchos puntos de la investigación por explorar, y todavía también mucho por desarrollar antes de que los juegos sean plenamente aceptados y aprovechados en las aulas de matemáticas en general.

Permitidme que para terminar esta breve introducción y estado de la cuestión haga una lista de los apartados de un capítulo de Dunford (1982) titulado «Juegos y entretenimientos en la clase de matemáticas». Es una contribución típica de un profesor de matemáticas que ve claramente cómo usar algunos aspectos de los juegos y del juego en la enseñanza actual de las matemáticas:

- ¿Cómo usar los juegos y entretenimientos?
- Los juegos en las matemáticas.
- Juegos para aprender las tablas.
- Inventar juegos.
- Juegos vectoriales.
- Juegos para aprender las coordenadas.
- Juegos de cartas.
- Juegos para ángulos y posiciones.
- Juegos de funciones.
- Juegos y generalizaciones.
- Otros juegos de estrategia.
- Adivinanzas matemáticas.
- Otras actividades: la sección áurea.
- Doblar papeles, *origami*, *tangrams*.
- Puntear y dibujar curvas.
- Construcción de cuerpos.
- Juegos comerciales.
- El club de las matemáticas.

Referencias bibliográficas

- ASCHER, M. (1991): *Ethnomathematics - A multi-cultural view of mathematical ideas*. Pacific Grove (California). Brooks/Cole.
- BARTON, W. (1996): «Anthropological perspectives on mathematics and mathematics education», en BISHOP, A.J. y otros (eds.): *International handbook on mathematics education*. Dordrecht (Holanda). Kluwer, pp. 1035-1053.
- BARTON, B; FAIRHALL, U. (eds.) (1995): *Mathematics in Maori education*. Nueva Zelanda. University of Auckland.
- BELL, R.; CORNELIUS, M. (1988): *Board games round the world: a resource book for mathematical investigations*. Cambridge. Cambridge University Press.
- BISHOP, A.J. (1991): *Mathematical enculturation: a cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht (Holanda). Kluwer.
- BRADY, J.M. (1978): «An experiment in teaching strategic thinking». *Creative computing*, 4 (6), pp. 106-109.

- COOKE, M. (1990): *Seeing Yolngu, seeing mathematics*. Northern Territory (Australia). Batchelor College.
- DUNFORD, J. (1982): «Games and recreations in the mathematics classroom», en CORNELIUS, M. (ed.): *Teaching mathematics*. Londres. Crom Helm, pp. 154-185.
- FALKENER, F. (1961): *Games ancient and oriental and how to play them*. Nueva York. Dover (reimpresión).
- GERDES, P. (1995): *Ethnomathematics and education in Africa*. Estocolmo. Instituto de Educación Internacional; Univesidad de Estocolmo.
- (1996): «Ethnomathematics an mathematics education», en BISHOP, A.J. y otros (eds.): *International handbook on mathematics education*. Dordrecht (Holanda). Kluwer, pp. 909-943.
- HUIZINGA, J. (1949): *Homo Ludens*. Londres. Routledge and Kegan Paul.
- JAYNE, C.F. (1962): *String figures and how to make them*. Nueva York. Dover.
- LENA, G.A. (1992): *Counting systems of Papua New Guinea and Oceania*. Tesis de PhD no publicada. Lae PNG. Papua New Guinea University of Technology.
- MACMILLAN, A.J. (1997): *An investigation into the initiation process of pre-school children into the culture of a formal mathematics education program in the first year at school*. Tesis en PhD no publicada. Newcastle (Australia). University of Newcastle.
- MOSCOVICI, S. (1981): «On social representations», en CODOL, J.P.; LEYENS, J.P. (eds.): *Cognitive analysis of social behaviour*. La Haya. Martinus Nijhoff.
- PINXTEN, R.; VAN DOOREN, I.; HARVEY, F. (1983): *The anthropology of space*. Philadelphia. University of Pennsylvania Press.
- ROTH, W.E. (1902): «Games, sports and amusements». *North Queensland ethnographic bulletin*, 4, pp. 7-24.
- ZASLAVSKY, C. (1973): *Africa counts*. Nueva York. Prindle, Lawrence Hill Books.